

Tentamen Golven & Optica

25 juni 2008, 15.00 – 18.00 uur

- Maak elke opgave op een apart vel en voorzie die van uw naam en studentnummer
- Gebruik van een grafische rekenmachine is NIET toegestaan
- Verdeel uw tijd optimaal over de opgaven

Opgave 1. Lopende golven en interferentie op een snaar (25 punten)

Twee pulsen lopen over een oneindig lange snaar. De snaar heeft een massa per lengte-eenheid $\mu = 0.01$ kg/m en is opgespannen langs de x -as met spankracht F . De uitwijking y van de snaar op positie x en op tijd t wordt bepaald door de superpositie van beide pulsen:

$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$, waarbij de afzonderlijke pulsen y_1 en y_2 gegeven worden door

$$y_1(x, t) = \frac{y_0}{(2x - 300t)^2 + 4} \quad \text{en} \quad y_2(x, t) = \frac{-y_0}{(2x + 300t - 4)^2 + 4}.$$

Alle eenheden zijn in het mks stelsel.

- Schets de afzonderlijke golven op $t=0$ s en op $t=0.2$ s. Geef hierin duidelijk de waarde voor de maximale uitwijking, de positie x_m van het maximum en de *volle breedte* op halve hoogte Δx van de golven aan.
- Geef kort aan waarom beide pulsen aan de golfvergelijking voldoen. Een afleiding wordt niet verlangd.
- Bereken de voortplantingssnelheid van beide golven. In welke richting lopen ze?
- Bereken de waarde van F .
- Geef een uitdrukking voor de transversale snelheid van de snaar op positie x als functie van de tijd t .
- Op welk tijdstip is de uitwijking van de snaar overal gelijk aan nul?
- Hoeveel potentiële energie zit er in de golf op dat moment? Motiveer je antwoord.

Opgave 2. Geluidsgolven en Doppler effect (25 punten)

Een stilstaande luidspreker met een oppervlak van 0.010 m^2 trilt harmonisch met een amplitude van 0.10 mm en frequentie van 1.0 kHz , en produceert hierdoor een geluidsgolf (geluidssnelheid 340 m/s , $B = 1.42 \times 10^5 \text{ Pa}$).

- Bereken de hoekfrequentie, de golflengte en het golfgetal van de uitgezonden geluidsgolf.
- Bereken de drukamplitude van de geluidsgolf vlakbij de luidspreker en vergelijk die met de atmosferische druk. Bereken de gemiddelde geluidsintensiteit vlakbij de luidspreker.
- Bereken het totale vermogen dat de geluidsgolf meevoert.

We beschouwen de luidspreker als een puntbron.

- Bepaal de afstand tot de luidspreker waar de intensiteit gelijk is aan 100 dB .

We laten het geluid volledig reflecteren aan een oneindig grote wand die naar de luidspreker toe beweegt met een snelheid van $v_s = 17 \text{ m/s}$ en meten het terugkerende geluidssignaal met een stilstaande microfoon. Er is geen interferentie met de heengaande golf.

- Bereken de frequentie van het ontvangen signaal.

Opgave 3 Polarisation (25 punten)

Een circulair gepolariseerde, vlakke, elektromagnetische golf in vacuüm (hoekfrequentie ω , golfgetal k) loopt in de positieve x -richting en heeft op $t=0$ in het vlak $x=0$ een elektrisch veld dat in de z -richting staat, dus $\vec{E}(x=0, t=0) = \vec{e}_3 E_0$, waarin \vec{e}_3 de eenheidsvector in de z -richting is.

- Geef $\vec{E}(x=0, t)$ (dus zowel de x -, y - als z -component) van deze vlakke golf op een willekeurig tijdstip t . Kies één van de twee mogelijke oplossingen.
- Laat zien dat het tijdstip waarop het elektrische veld voor het eerst in de y -richting gericht staat, gegeven wordt door:

$$t = \frac{\pi}{2ck}$$

De circulair gepolariseerde golf valt langs de x -richting loodrecht op een plaatje van een *dubbelbrekend* materiaal: de brekingsindex is n_y voor golven met polarisatie langs de y -as en n_z voor polarisatie langs de z -as. Het uittrekkende licht aan de achterkant van het plaatje blijkt *lineair* gepolariseerd te zijn.

- Laat zien dat de dikte D van het plaatje gegeven wordt door:

$$D = \frac{\pi}{2k\Delta n}$$

$$\text{waarbij } \Delta n = |n_y - n_x|$$

In de volgende situatie valt de circulair gepolariseerde vlakke golf onder de Brewsterhoek in op een medium met brekingsindex n .

- Geef de polarisatietoestand (lineair, circulair, of elliptisch gepolariseerd) van de gereflecteerde en van de gebroken golf. Motiveer kort je antwoord. Een berekening of schets wordt niet verlangd.

Opgave 4 Diffractie (25 punten)

We beschouwen een dubbele spleet met spleetbreedte a en afstand d ($>a$) tussen de middens van de spleten. Het Fraunhofer diffractiepatroon van een langs de normaal invallende, monochromatische, vlakke golf (golfgetal k) gemeten op een scherm op grote afstand van de spleten wordt gegeven door:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(k_y a / 2)}{k_y a / 2} \right]^2 \cos^2 \left(\frac{k_y d}{2} \right) ,$$

waarbij $k_y = k \sin(\theta)$, met θ de diffractiehoek, en I_0 de maximum gemeten intensiteit.

- a) Leg bovenstaande uitdrukking kort in woorden uit.

We variëren nu de spleetbreedte a bij constante d .

- b) Schets het gemeten intensiteitsprofiel als functie van de afbuighoek θ voor de situaties $a = \frac{1}{4}d$ en $a = \frac{1}{2}d$. Geef in de schetsen duidelijk de posities van maxima en minima aan.

Vervolgens houden we a constant en variëren we d . Voor $d=a$ ontstaat de situatie van een enkele spleet met breedte $2a$.

- c) Laat aan de hand van de gegeven formule hierboven zien dat het diffractiepatroon van deze “dubbele” spleet identiek is aan dat van de enkele spleet met breedte $2a$.