

Tentamen Golven en Optica

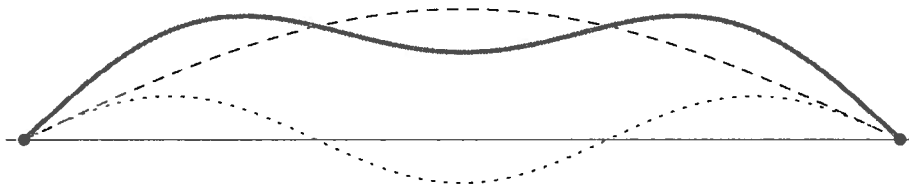
(NS-104B)

maandag 20 augustus 2012, 9.00-12.00 uur

- Maak elke opgave op een **apart** vel voorzien van uw naam en studentnummer.
- Gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan.
- Verdeel uw tijd optimaal over de 4 opgaven; elk onderdeel weegt even zwaar.

Opgave 1. Golven op een snaar (2.5 punten)

Een ideale snaar is op $t = 0$ opgespannen tussen twee vaste punten, en heeft dan de vorm zoals weergegeven door de vette curve in de onderstaande figuur. Op $t = 0$ wordt de snaar vanuit stilstand losgelaten.



Die vette curve is de som van de gestreepte en de gestippelde curve die elk een sinus-vorm hebben. De spankracht F van de snaar is 100 N, de massa per lengte-eenheid is 0.01 kg/m en de lengte is 50 cm. De uitwijking in het midden van de snaar is op $t = 0$ gelijk aan 1cm. (De tekening is dus niet op schaal, maar uitgerekt in verticale richting)

- Bereken de snelheid die lopende golven op deze snaar hebben en de frequentie f_0 (in Hz) van de grondtoon van deze snaar?
- Welke frequenties zal deze snaar voortbrengen nadat deze is losgelaten en schets de vorm van de snaar op tijdstip $t_0 = 1/f_0$, en ook op $t = 0.5t_0$.
- Geef de formule voor de uitwijking $y(x, t)$ (in m) van deze snaar als functie van plaats en tijd (x in m en t in s). Gebruik hierbij ondermeer het feit dat de gestippelde en de gestreepte curve (zie figuur) in de twee vaste punten dezelfde helling hebben.
- Bereken de totale hoeveelheid energie in deze snaar op $t = 0$. Zijn er momenten waarop de energie volledig bestaat uit kinetische energie? Zo ja, op welk tijdstip $t > 0$ gebeurt dit voor het eerst?
- Vormt de bewegende snaar voor $t > 0$ een staande golf? Zo ja, waarom, zo nee, waarom niet?

Opgave 2. Geluid (2.5 punten)

Een stilstaande luidspreker met een oppervlak van 0.02 m^2 trilt harmonisch met een amplitude van 0.05 mm en frequentie van 1 kHz , en produceert hierdoor een geluidsgolf (geluidssnelheid 340 m/s , $B = 1.42 \times 10^5 \text{ Pa}$).

- Bereken de hoekfrequentie, de golflengte en het golfgetal van de uitgezonden geluidsgolf.
- Bereken het totale vermogen dat de geluidsgolf meevoert.
- Bepaal het geluidsniveau op 20 m afstand. Beschouw hiertoe de luidspreker als een puntbron.

De luidspreker beweegt met een snelheid van 5 m/s loodrecht op en naar een oneindig lange wand. Het geluid reflecteert volledig aan de wand en het geluidssignaal wordt gemeten met een microfoon op de positie van de luidspreker.

- Welke frequentie wordt gemeten voor het gereflecteerde signaal.
- Het gereflecteerde signaal interfereert met de heengaande golf. Beschrijf de vorm van het signaal op de positie van de microfoon; neem hierbij aan dat de heengaande en gereflecteerde golven gelijke amplitudes hebben op de positie van de microfoon. Illustreer uw beschrijving met een schets.

Opgave 3. Proef van Young (2.5 punten)

Bij de proef van Young valt monochromatisch licht met golflengte λ op twee oneindig lange evenwijdige spleten met onderlinge afstand a . De spleten worden in eerste instantie infinitesimaal smal verondersteld en belicht met een vlakke golf. Het diffractiepatroon wordt afgebeeld op een scherm op een afstand R van de spleten.

- Laat zien door berekening dat op het scherm maxima in de intensiteit worden gevonden op de posities $y_m = mR/a$, met $m = 0, \pm 1, \pm 2$,

Voor één van de spleten wordt een dun glasplaatje geplaatst met dikte d en brekingsindex n .

- Bereken de verschuiving van het m -de maximum op het scherm.

We nemen nu aan dat de spleten niet infinitesimaal smal zijn maar een breedte b hebben. N.B. er zit nu geen glasplaatje voor een spleet.

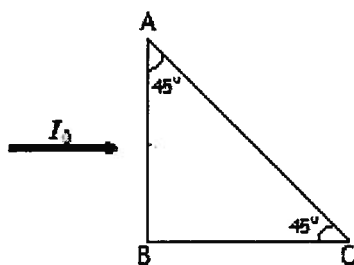
- Schets het diffractiepatroon op het scherm. Het effect van de eindige spleetbreedte op het diffractiepatroon moet duidelijk zichtbaar zijn.
- Bereken de waarden voor a en b uit de volgende experimentele gegevens: $R = 50 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, de afstand tussen de twee minima links en rechts van het nulde orde maximum is 5 mm en het maximum van de vierde orde ontbreekt.

Een twee-spleten systeem kan beschouwd worden als een piepklein rooster en heeft dus ook een chromatisch scheidend vermogen, $\lambda/\Delta\lambda$

- Beschrijf wat chromatisch scheidend vermogen is, en leid een uitdrukking af voor het chromatisch scheidend vermogen van het twee-spleten systeem.

Opgave 4. Reflectie en breking aan een prisma (2.5 punten)

We beschouwen een glasprisma zoals hieronder getekend. Het prisma is aan alle kanten omringd door lucht ($n = 1$). De getekende oppervlakken staan loodrecht op het vlak van het papier. De brekingsindex van het glas is 1.50. Een bundel rechts draaiend circulair gepolariseerd licht met intensiteit I_0 valt loodrecht op oppervlak AB .



Gegeven is dat de amplitudereflectie- (r) en transmissiecoëfficiënt (t) voor loodrechte inval gegeven worden door:

$$r = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}$$

en

$$t = \frac{2n_i}{n_i + n_t},$$

waarbij de subscript i en t verwijzen naar de media waarin de bundel invalt, respectievelijk breekt.

- Wat betekent rechts draaiend circulair gepolariseerd?
- Is het licht dat **direct** aan oppervlak AB wordt gereflecteerd ook circulair gepolariseerd? Verklaar u nader.
- Welk percentage van de lichtintensiteit wordt **direct** gereflecteerd door het oppervlak AB ?
- Het licht dat door AB wordt doorgelaten valt nu op het oppervlak AC . Welk percentage van de intensiteit van dit doorgelaten licht wordt door AC gereflecteerd?
- Bereken de intensiteit van de lichtbundels die het prisma verlaten door oppervlakken AB , AC en BC . *Tip*: Denk aan meervoudige reflecties.

lege pagina

Formuleblad bij tentamen Golven en Optica

Hoofdstuk 15

- 15.1) $v = \lambda f$
- 15.5) $k = 2\pi/\lambda$ en $\omega = 2\pi f$
- 15.6) $\omega = vk$
- 15.7) $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$, sinusvormige golf in de $+x$ -richting.
- 15.12) $\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$, de golfvergelijking.
- 15.13) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, voor golven op een koord met spankracht F en massa per lengte eenheid μ .
- 15.xx) $y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \phi)$, algemene vorm voor lopende harmonische golven met amplitude A (in één dimensie); de willekeurige fase ϕ wordt vaak weggelaten.
- 15.21) $P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t) = -F \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$, vermogen van een golf.
- 15.25) $P_{av} = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$, gemiddeld vermogen van sinusvormige golf.
- 15.26) $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, intensiteit is evenredig met kwadraat van de inverse afstand.
- 15.27) $y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$, superpositieprincipe.
- 15.28) $y(x, t) = A_{SW} \sin(kx) \sin(\omega t)$, staande golven op een koord, gefixeerd in $x = 0$.
- 15.33) $f_n = n \frac{v}{2L}$, frequenties staande golven op koord gefixeerd in $x = 0$ en $x = L$.
- a) f_1 , grondtoon, fundamental frequency
 - b) f_2 , eerste boventoon, second harmonic
 - c) f_n , $(n - 1)^{\text{de}}$ boventoon, n^{th} harmonic

Hoofdstuk 16

- 16.3) $p(x, t) = -B \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$, drukfluctuatie door gradiënt van de deeltjesverplaatsing in een geluidsgolf.
- 16.5) $p_{\max} = BkA$, drukamplitude voor sinusvormige geluidsgolven; met B the bulk modulus en A de verplaatsingsamplitude.
- 16.7) $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$, geluidssnelheid, fasesnelheid van longitudinale golven.
- 16.8) $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$, geluidssnelheid in een ideaal gas; met γ de verhouding van warmtecapaciteit bij constante druk en die bij constant volume, R de gasconstante, T de temperatuur in K, en M de molaire massa.
- 16.9) $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$, geluidssnelheid, fasesnelheid van longitudinale golven in een vaste staaf, met Y de Young modulus.
- 16.14) $I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$, intensiteit (in W/m^2) van een sinusvormige geluidsgolf.

- 16.15) $\beta = (10 \text{ dB})^{10} \log \frac{I}{I_0}$, definitie van het geluidsniveau in decibel, met $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.
- 16.16) $f_n = \frac{nv}{2L}$, ($n = 1, 2, 3, \dots$), frequenties van staande golven in een pijp met lengte L die aan beide kanten open is.
- 16.22) $f_n = \frac{nv}{4L}$, ($n = 1, 3, 5, \dots$), frequenties van staande golven in een pijp met lengte L die aan één kant open en aan de andere kant afgesloten is.
- 16.24) $f_{\text{beat}} = |f_a - f_b|$, beat frequentie van twee signalen met een klein onderling frequentieverschil.
- 16.29) $f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$, Doppler effect; v_L en v_S zijn relatief t.o.v. een medium dat geluidssnelheid v heeft. Let op de tekens van v_L en v_S !!
- 16.30) $\sin(\alpha) = \frac{v}{v_S}$, hoek van schokgolf (deze heeft de vorm van een kegel) als de geluidsbron met snelheid $v_S > v$ door een medium met geluidssnelheid v reist.

Hoofdstuk 32

- 32.4) $E = cB$ in vacuüm.
- 32.5) $B = \epsilon_0 \mu_0 c E$
- 32.6) $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, lichtsnelheid in vacuüm.
- 32.17) $\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{e}_y E_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$, $\vec{B}(x, y, z, t) = \vec{e}_z B_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$, sinusvormige vlakke electromagnetische golf in de $+x$ -richting, $\vec{e}_{y(z)}$ is de eenheidsvector in de $y(z)$ -richting en $E_{\text{max}} = c B_{\text{max}}$.
- 32.20) $E = vB$ en $B = \epsilon \mu v E$ in diëlectricum
- 32.21) $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$, snelheid electromagnetische golf in een diëlectricum met permittiviteit $\epsilon = K \epsilon_0$ en permeabiliteit $\mu = K_m \mu_0$
- 32.22) $n = \frac{c}{v} = \sqrt{K K_m}$, brekingsindex. De relatieve permeabiliteit K_m is meestal ongeveer gelijk aan 1.
- 32.28) $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$, Poynting vector.
- 32.29) $I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\text{max}} B_{\text{max}}}{2 \mu_0} = \frac{E_{\text{max}}^2}{2 \mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\text{max}}^2$, intensiteit van een sinusvormige golf in vacuüm, in W/m^2 , stroomsnelheid van energie.
- 32.31) $\frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c}$, stroomsnelheid van impuls (momentum).
- 32.32) $p_{\text{rad}} = \frac{S_{\text{av}}}{c}$, stralingsdruk, in Pa, als de e.m. golf volledig wordt geabsorbeerd.
- 32.33) $p_{\text{rad}} = \frac{2S_{\text{av}}}{c}$, stralingsdruk, in Pa, als de e.m. golf volledig wordt gereflecteerd.
- 32.36) Staande golven. Bij reflectie van een e.m. golf in $x = 0$ aan een perfecte geleider heeft het \vec{E} -veld een knoop in $x = 0$, en ook als $x = n\lambda/2$ met ($n = 1, 2, \dots$); de knopen in het \vec{B} -veld zijn $\lambda/4$ verschoven.
- 32.xx) Dispersie relatie: ω als functie van k . Fasesnelheid $v_f(k) = \omega/k$. Groepsnelheid $v_g(k) = \frac{d\omega}{dk}$.

Hoofdstuk 33

- 33.2) $\theta_r = \theta_i$, hoek van reflectie is hoek van inval.
- 33.4) $n_a \sin(\theta_a) = n_b \sin(\theta_b)$, wet van Snellius.
- 33.5) $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, golflengte in een medium met brekingsindex n .
- 33.6) $\sin(\theta_{\text{crit}}) = \frac{n_a}{n_b}$, de kritische hoek.
- 33.7) $I = I_{\text{max}} \cos^2(\phi)$, Wet van Malus, polarisatie van gepolariseerd licht; ϕ is de hoek tussen de polarisatie-richting van het invallende licht en de polarisatie-as van de polarizer.
- 33.8) Brewster's wet: $\tan(\theta_p) = \frac{n_a}{n_b}$; θ_p is de Brewster hoek. De reflectiecoëfficiënt voor invallend licht dat 100% gepolariseerd is evenwijdig aan het vlak van inval en reflectie is bij deze hoek gelijk aan 0.
- 33.x) $\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{e}_y E_{\text{max}} \cos(kx - \omega t) \pm \vec{e}_z E_{\text{max}} \sin(kx - \omega t)$, circulair gepolariseerde vlakke golf die loopt in de $+x$ -richting. Met het plusteken is de golf rechtsdraaiend indien u de golf tegemoet kijkt. De lengte van \vec{E} is altijd E_{max} .
- 33.y) Reflectiecoëfficiënten voor intensiteit: $R_{\perp} = \sin^2(\theta_t - \theta_i) / \sin^2(\theta_t + \theta_i)$, en $R_{\parallel} = \tan^2(\theta_t - \theta_i) / \tan^2(\theta_t + \theta_i)$. Voor loodrechte inval ($\theta_i = 0$) reduceren deze uitdrukkingen tot $R = (n_2 - n_1)^2 / (n_2 + n_1)^2$.

Hoofdstuk 35

- 35.4) $d \sin(\theta) = m\lambda$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, constructieve interferentie als verschil in weglengte een geheel aantal golflengtes is. De afstand tussen 2 spleten is d
- 35.4) $d \sin(\theta) = (m + \frac{1}{2})\lambda$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, destructieve interferentie als verschil in weglengte een halftallig aantal golflengtes is.
- 35.6) $y_m = m \frac{R\lambda}{d}$, positie van maxima in Young's experiment; R is de afstand tussen spleten en scherm, d is de afstand tussen de twee spleten. $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
- 35.7) $E_P = 2E \cos(\frac{\phi}{2})$, amplitude. Superpositie van 2 sinusvormige golven met gelijke amplitude en onderling faseverschil ϕ .
- 35.11) $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1)$, faseverschil ϕ is evenredig met verschil in weglengte.
- 35.14) $I = I_0 \cos^2(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta)$, intensiteitspatroon van 2 oneindig smalle spleten in de Fraunhofer benadering.

Hoofdstuk 36

- 36.2) $\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$ met $m = \pm 1, \pm 2, \dots$, minima voor diffractie aan één spleet met breedte a .
- 36.7) $I = I_0 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ met $x = \frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}$, intensiteitspatroon van diffractie aan één spleet met breedte a .
- 36.xx) $I = I_0 \left(\frac{\sin(nx)}{\sin x}\right)^2$ met $x = \frac{\pi d \sin(\theta)}{\lambda}$, intensiteitspatroon van diffractie aan n spleten met onderlinge afstand d en verwaarloosbare breedte.
- 36.13) $\sin \theta = m \frac{\lambda}{d}$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, hoeken waar hoofdmaxima optreden voor een tralie met spleetafstand d .
- 36.15) $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$, spectraal scheidend vermogen.

- 36.16) $\sin \theta = m \frac{\lambda}{2d}$ met $m = 1, 2, 3, \dots$, Bragg conditie. Constructieve interferentie treedt op bij diffractie aan series evenwijdige vlakken op onderlinge afstand d . De hoek θ is hier de hoek tussen verstrooide bundel en de evenwijdige kristalvlakken met atomen waaraan verstrooid wordt.
- 36.17) $\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$, hoek waarbij in het Fraunhofer diffractiepatroon van een rond gat met diameter D het eerste minimum optreedt. De begrenzing van de Airy-schijf.

Goniometrie

- $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$
- $\cos(2a) = 1 - 2 \sin^2(a)$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
- $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$